Tarea 2

Probabilidad y Combinatoria

Fecha de entrega: Jueves 21 de febrero de 2017

1. Problemas

Problema 1. *En este problema pensamos que las particiones estn en el círculo.*

a) Pruebe que el número de particiones que no se cruzan de $[n]$ *rotacionalmente simtricas est dado por* $\binom{2n}{n}$.

b) Encuentre el número de particiones de $[2n]$ *que son axialmente simétricas con respecto de la recta que pasa por 1 y n+1.*

Problema 2. *Encuentra el coeficiente de* x^n *en la serie de potencias de*

$$f(x) = \frac{1}{(1-x^2)^2}.$$

Problema 3. *a) Pruebe comparando coeficientes de* $t^n/n!$ *en ambos lados de la ecuaciones* $e^{t(x+y)} = e^{tx}e^{ty}$ *que*

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^k.$$

b) Pruebe el toerema multinomial

$$(x_1 + \ + x_k)^n = \sum_{r_1+\cdots+rk=n} \frac{n!}{r_1!\cdots r_k!} x_1^{r_1}\cdots x_k^{r_k}.$$

c) Pruebe usando la identidad $1/(1-x) = 1 + x + x^2 + ...$ *que*

$$\sum_{\sum r_i = m, ir_i = n} \frac{m!}{r_1!\cdots r_k!} = \binom{n-1}{m-1}$$

Problema 4. *Resuelve por series las siguientes ecuaciones diferenciales.*

a) $f^{(3)} = 0$

b) $zf'(z) = f(z)$

c) $f^{(n)} = f^{(n+1)},\ n = 0, 1, 2, \ldots.$

Problema 5. *Demuestre las siguientes identidades.*

a) $F_1 + F_3 + \cdots + F_{2n-1} = F_{2n}$

b) $F_0^2 + \cdots + F_n^2 = F_n F_{n+1}$

c) $F_{n-1}^2 + F_n^2 = F_{2n-1}$

d) $\binom{n}{0}F_1 + \binom{n}{1}F_2 + \cdots + \binom{n}{n}F_{n+1} = F_{2n+1}$